ВАРИАНТ 1

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{0011\}$ будет являться классом эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{\Lambda, 1\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит любую двоичную последовательность в последовательность $[001]^\omega$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(1) = f(3) = 2$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\sqrt{x}$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $3^{5^a} \cdot (3b+2)$ на отрезке $[0, x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 2

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{1010\}$ будет являться классом эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{0,1\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит любую двоичную последовательность в последовательность $[100]^\omega$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(4) = f(5) = 1$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\log_2(x+1)$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $2^{a^2} \cdot 3^{b+1}$ на отрезке $[0, x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 3

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{1101\}$ будет являться классом эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{10\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит любую двоичную последовательность в последовательность $[110]^\omega$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(3) = f(4) = 5$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $2 - x$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $(a+2)^2 \cdot (b^2+1)$ на отрезке $[0,x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 4

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{0001\}$ будет являться классом эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{11\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит любую двоичную последовательность в последовательность $[011]^\omega$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(2) = f(6) = 4$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\frac{2}{x+1}$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $2^{a+1} \cdot (2b+1)^3$ на отрезке $[0, x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 5

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{00, 01\}$ будет являться объединением классов эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{0, 11\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит любую двоичную последовательность в последовательность $[101]^\omega$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(1) = f(5) = 4$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\sqrt{3x+1}$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $(5a+2)^3 \cdot (5b+3)^2$ на отрезке $[0, x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 6

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{01, 11\}$ будет являться объединением классов эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{1, 01\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит любую двоичную последовательность в последовательность $[010]^\omega$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(0) = f(7) = 4$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\frac{3x+1}{x+1}$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $(3a+2) \cdot 3^{b^2}$ на отрезке $[0, x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 7

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{00,11\}$ будет являться объединением классов эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{11\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит последовательность 0^ω в последовательность 0^ω, а остальные последовательности — в последовательности вида $0^n 1^\omega$ ($n \geqslant 0$).

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(2) = f(4) = 3$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\log_2(7x^2 + x + 1)$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $5^{a^2} \cdot 7^{(b+1)^2}$ на отрезке $[0, x]$ (a, b — целые неотрицательные числа).

ВАРИАНТ 8

Задание 1. (3 балла) Определить на множестве $\{0,1\}^*$ правоинвариантное отношение эквивалентности конечного индекса, для которого множество $\{10,11\}$ будет являться объединением классов эквивалентности.

Задание 2. (3 балла) Построить регулярное выражение в алфавите $\{0,1\}$, которое определяет множество слов $\{0,1\}^* \setminus \{1,11\}$.

Задание 3. (3 балла) Построить канонические уравнения для конечного автомата, который переводит последовательность $[01]^\omega$ в последовательность 0^ω, а остальные последовательности — в последовательности вида $0^n 1^\omega$ $(n \geqslant 0)$.

Задание 4. (3 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции $f(x)$, если $f(0) = f(4) = 2$ и $f(x) = 0$ в остальных случаях.

Задание 5. (3 балла) Применить операцию минимизации к функции $\frac{|x-1|}{x+1}$.

Задание 6. (4 балла) Доказать примитивную рекурсивность функции, которая равна количеству чисел вида $(a+b+1)^2 + a + 1$ на отрезке $[0,x]$ $(a, b$ — целые неотрицательные числа).